УДК 656.61.052

СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ СУДНОМ С ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ

Зинченко С. Н., *к.т.н., старший преподаватель кафедры управленя судном Херсонской государственной морской академии, e-mail: srz56@ukr.net, ORCID: 0000-0001-5012-5029;*

Ляшенко В. Г., *к.д.п., заведующий лаборатории Херсонской государственной морской академии;*

Грошева О. А., *асистент кафедры управленя судном Херсонской государственной морской академии, e-mail: olgamelyaeva@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9022-4697*

Целью работы является синтез оптимального управления перемещением судна из заданного начального состояния в требуемое конечное. Такие управления возникают при решении задач поиска и спасения, подходе к объектам швартовки, включая подвижные, в других прикладных задачах. Поставленная цель достигается использованием принципа максимума, метода пристрелки и упрощенной математической модели судна с увеличенным шагом интегрирования, как инструмента метода пристрелки. Работоспособность алгоритмов проверена математическим моделированием объекта управления в замкнутой схеме с системой управления с учетом внешних воздействий. Разработанные алгоритмы могут быть применены в модуле синтеза оптимального управления движением судов, других задачах управления, решаемых в реальном масштабе времени.

***Ключевые слова**: объект управления, система управления, математическая модель, численное интегрирование, оптимальное управление, принцип максимума, метод пристрелки.*

Вступление. Многие практические задачи управления сводятся к задачам управления с заданными граничными условиями. Это означает, что требуется перевести объект управления из начального вектора состояния (начальные координаты, линейные и угловые скорости) в конечный вектор состояния (конечные координаты, линейные и угловые скорости). Имеется бесчисленное множество решений такой задачи среди которых существует только одно оптимальное, которое соответствует выбранному критерию качества управления [1–5]. Таким критерием может быть максимальное быстродействие, минимальный расход топлива или любой другой актуальный критерий. В настоящей статье рассматривается синтез оптимального по быстродействию управления судном при подходе к объекту швартовки. Ручное управление маневрированием при подходе к объекту швартовки не обеспечивает качественного решения поставленной задачи, потому что для этого нужно знать и учитывать маневренные возможности судна, воздействие внешних факторов – ветра, течения, волн. При ручном маневрировании можно учесть только наиболее существенные факторы влияния, да и то очень приближенно. Поэтому, ситуация может развиваться несколько иначе, чем предполагалось, очень часто приходится принимать дополнительные, не оптимальные управленческие решения для ее исправления, что в условиях дефицита времени и большой инерционности судна не допустимо. В связи с этим, решение задачи автоматического управления маневрированием при дальнем подходе к объекту швартовки, в том числе и подвижному, является достаточно актуальной, так как позволяет не только значительно улучшить точность решения за счет использования математической модели судна, моделей внешних воздействий, математического аппарата теории управления, но даже оптимизировать управление по времени, расходу топлива или любому другому критерию.

Целью настоящей **статьи** является синтез оптимального по быстродействию управления при дальнем подходе судна к объекту швартовки, в том числе и подвижному, с использованием принципа максимума и метода пристрелки; использование в качестве инструмента метода пристрелки разработанной ранее упрощенной математической модели;

использование компенсационных управлений для удержания объекта управления на оптимальной траектории; проверка синтезированных алгоритмов математическим моделированием в замкнутой схеме с объектом управления в среде MATLAB.

Решение задачи. Структурная схема объектов моделирования представлена на рис. 1

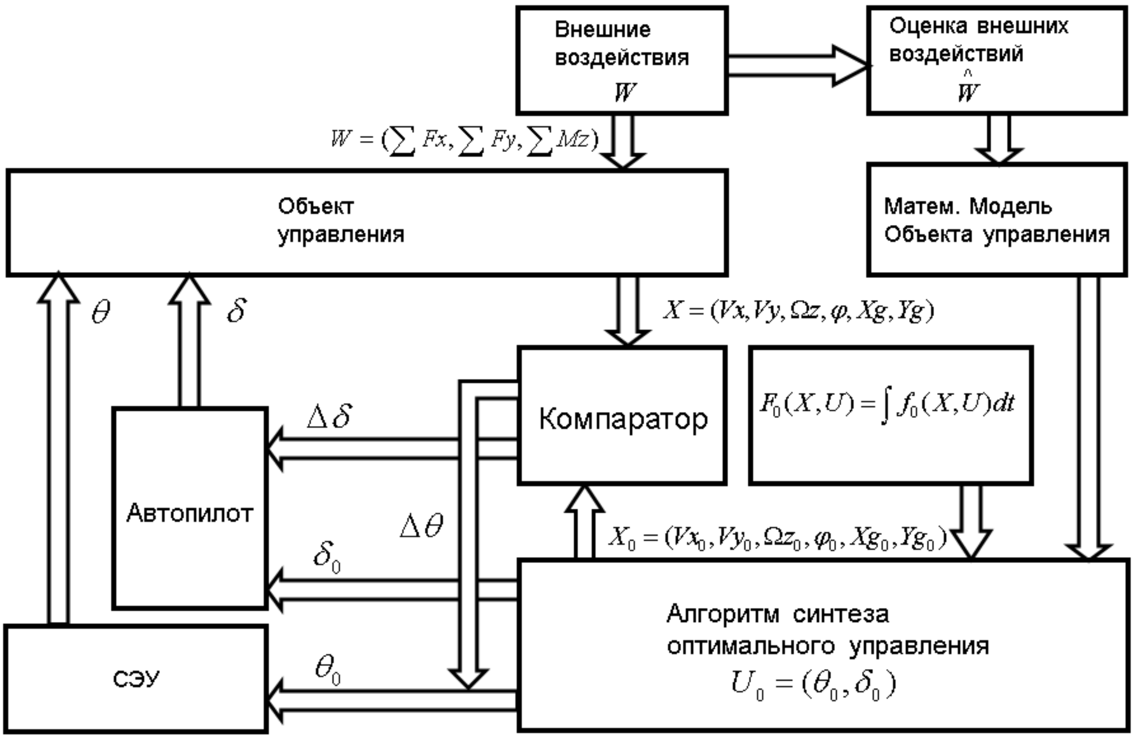

Рисунок 1 – Структурная схема объектов моделирования

Блок «Объект управления» (рис.1) представляет собой управлемый объект (судно), в качестве которого выступает полная система 12-ти дифференциальных уравнений движения [7]. Уравнения движения приведены в связанной системе координат (ССК), жестко связанной с объектом управления. Линейные и угловые перемещения ССК записаны относительно географической системы координат (ГСК) XgYgZg, расположенной в центре масс судна так, что ось Xg направлена вдоль меридиана в сторону севера, Yg – вдоль параллели к востоку, Zg – дополняет систему до «правой» и направлена к центру Земли. Последовательность перехода от ГСК к ССК Z-Y-X. Положительные направления отсчета углов крена θ, дифферента ψ и курса φ при переходе из ГСК в ССК, совпадают с положительными направлениями вращения ССК:

$$(m+\lambda 11)\frac{dVx}{dt} - (m+\lambda 22)Vy\Omega z + (m+\lambda 33)Vz\Omega y = \sum_{j=1}^{n} Fxj\,,$$

$$(m+\lambda 22)\frac{dVy}{dt} + (m+\lambda 11)Vx\Omega z - (m+\lambda 33)Vz\Omega x = \sum_{j=1}^{n} Fyj\,,$$

$$(m+\lambda 33)\frac{dVz}{dt} - (m+\lambda 11)Vx\Omega y + (m+\lambda 22)Vy\Omega x = \sum_{j=1}^{n} Fzj\,,$$

$$(Ix+\lambda 44)\frac{d\Omega x}{dt} + [(Iz+\lambda 66) - (Iy+\lambda 55)]\Omega y\Omega z + (\lambda 33 - \lambda 22)VyVz = \sum_{j=1}^{n} Mxj\,,$$

$$(Iy+\lambda 55)\frac{d\Omega y}{dt}+[(Ix+\lambda 44)-(Iz+\lambda 66)]\Omega x\Omega z+(\lambda 11-\lambda 33)VxVz=\sum_{j=1}^{n}Myj\,,$$

$$(Iz+\lambda 66)\frac{d\Omega z}{dt}+[(Iy+\lambda 55)-(Ix+\lambda 44)]\Omega x\Omega y+(\lambda 22-\lambda 11)VyVx=\sum_{j=1}^{n}Mzj\,,$$

$$\frac{d\theta}{dt}=\Omega x\cos\varphi\cos\psi+\Omega y\sin\varphi\cos\psi-\Omega z\sin\psi\,,$$

$$\frac{d\psi}{dt}=-\Omega x\sin\varphi+\Omega y\cos\varphi\,,$$

$$\frac{d\varphi}{dt}=\Omega z\,,$$

$$\frac{dXg}{dt}=Vx\cos\varphi\cos\psi+Vy(-\cos\theta\sin\varphi+\sin\theta\cos\varphi\sin\psi)+$$
$$+Vz(\sin\theta\sin\varphi+\cos\theta\cos\varphi\sin\psi),$$

$$\frac{dYg}{dt}=Vx\sin\varphi\cos\psi+Vy(\cos\theta\cos\varphi+\sin\varphi\sin\psi\sin\theta)+$$
$$+Vz(-\sin\theta\cos\varphi+\cos\theta\sin\varphi\sin\psi),$$

$$\frac{dZg}{dt}=-Vx\sin\psi+Vy\cos\psi\sin\theta+Vz\cos\theta\cos\psi$$

или в векторной форме:

$$\frac{dX}{dt}=f(X,U) \qquad (1)$$

где вектор состояния объекта управления:

$$X=(Vx,Vy,Vz,\Omega x,\Omega y,\Omega z,\theta,\psi,\varphi,Xg,Yg,Zg)\,,$$

вектор управления (углы отклонения телеграфа и руля направления)

$U=(\theta,\delta)$

вектор-функция правых частей уравнения (1).

$$f(X,U)=[f1(X,U),f2(X,U),f3(X,U),f4(X,U),f5(X,U),f6(X,U),$$
$$f7(X,U),f8(X,U),f9(X,U),f10(X,U),f11(X,U),f12(X,U)]$$

Блок «Математическая Модель Объекта управления» (рис. 1), представляет собой упрощенную математическую модель судна[10], описываемую системой 6-ти дифференциальных уравнений. Упрощенная математическая модель используется для решения задачи синтеза оптимального управления в блоке «Алгоритм синтеза оптимального управления».

$$\frac{dVx}{dt}=[Px(\theta)+Rx(\beta,\delta)+(m+\lambda 22)Vy\Omega z]/(m+\lambda 11),$$

$$\frac{dVy}{dt} = [Ry(\beta,\delta) - (m + \lambda 11)Vx\Omega z]/(m + \lambda 22),$$

$$\frac{d\Omega z}{dt} = [Mz(\beta,\delta) - (\lambda 22 - \lambda 11)VyVx]/(Iz + \lambda 66),$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \Omega z,$$

$$\frac{dXg}{dt} = Vx\cos\varphi - Vy\sin\varphi,$$

$$\frac{dYg}{dt} = Vx\sin\varphi + Vy\cos\varphi,$$

или в векторной форме:

$$\frac{dX}{dt} = f(X,U), \qquad (2)$$

где вектор состояния математической модели:

$$X = (Vx, Vy, \Omega z, \varphi, Xg, Yg),$$

вектор управления:

$$U = (\theta, \delta),$$

вектор-функция правых частей уравнения (2):

$$f(X,U) = [f1(X,U), f2(X,U), f3(X,U), f4(X,U), f5(X,U), f6(X,U)].$$

Задачей управления маневрированием при подходе к объекту швартовки является перевод судна из заданного начального состояния, определяемого начальным положением, начальными линейными и угловыми скоростями судна на момент начала маневрирования, в требуемое конечное состояние, определяемое требуемым конечным положением, конечними линейными и угловыми скоростями судна на момент окончания маневрирования.

С математичской точки зрения это задача оптимального управления системой (2), которая представляет в вычислителе объект управления (1), с закрепленными концами $X(0) = (Vx0, Vy0, \Omega z0, \Psi 0, Xg0, Yg0)$, $X(T) = (Vx1, Vy1, \Omega z1, \Psi 1, Xg1, Yg1)$ и заданным функционалом качества управления $F0(X,U) = \int_{t0}^{T} f0(X,U)dt$ (рис. 1) [1–5].

В качестве функционала качества управления может быть принят любой функционал, оптимизирующий движение судна по времени, расходу топлива или любому другому критерию. В данной работе исследуется оптимальное по времени движение судна, то есть в качестве функционала качества управления принят функционал:

$$F0(X,U) = \int_{t0}^{T} (-1)dt. \qquad (3)$$

С учетом имеющихся ограничений на управление $U = (\theta, \delta)$ (ограничение на предельные углы перекладки телеграфа и ограничение на предельные углы перекладки руля направления), данная задача может быть решена с помощью принципа максимума

Понтрягина и метода пристрелки для обеспечения попадания в конечный вектор состояния $X(T) = (Vx1, Vy1, \Omega z1, \Psi 1, Xg1, Yg1)$.

Согласно [1], необходимое условие оптимального управления для рассматриваемой задачи имеет вид:

$$H[X^*(t), \Psi^*(t), U^*(t)] = \max_{u \in U} H[X^*(t), \Psi^*(t), U(t)], t0 <= t <= T \,,$$

где функция Понтрягина (Гамильтониан):

$$H[X(t), \Psi(t), U(t)] = \sum_{j=0}^{6} \Psi j(t)\, fj[X(t), U(t)] \text{-} \tag{4}$$

сопряженный вектор состояния, определяемый сопряженной к (2) системой дифференциальных уравнений:

$$\Psi = (\psi 0, \psi 1, \psi 2, \psi 3, \psi 4, \psi 5, \psi 6);$$

$$\frac{d\Psi i}{dt} = -\sum_{j=0}^{6} \psi j \frac{dfj}{dXi}, i = 1..6 \tag{5}$$

Матрица Якоби $\frac{dfj}{dXi}$, j=0..6, i=1..6 получена в явном виде дифференцированием правых частей математической модели (2) по параметрам вектора состояния.

Правая часть Гамильтониана (4), для рассматриваемого объекта управления, достигает максимума при крайних отклонениях органов управления (телеграфа и руля направления) в силу линейной зависимости создаваемой силы упора винта $Px(\theta)$, боковой силы $Ry(\beta,\delta)$ и управляющего момента $Mz(\beta,\delta)$ от углов отклонения телеграфа θ и руля направления δ согласно [6]. Зависимость же составляющей силы лобового сопротивления $Rx(\beta,\delta)$ от отклонения руля носит квадратичный характер, однако, учитывая ее второстепенность, с целью упрощения алгоритма поиска оптимального управления, также предполагается линейный характер изменения этой составляющей в диапазоне от $-\delta\max$ до $+\delta\max$.

Тогда, с учетом принятых предположений, оптимальное управление $U = (\theta, \delta)$ для рассматриваемого объекта управления (2) будет определяться системой уравнений (6):

$$\theta = [\theta\max, \psi 1 * \frac{df1(X,U)}{d\theta} > 0];$$

$$\theta = [-\theta\max, \psi 1 * \frac{df1(X,U)}{d\theta} < 0];$$

$$\delta = [\delta\max, (\psi 1 * \frac{df1(X,U)}{d\delta} + \psi 2 * \frac{df2(X,U)}{d\delta} + \psi 3 * \frac{df3(X,U)}{d\delta}) > 0]; \tag{6}$$

$$\delta = [-\delta\max, (\psi 1 * \frac{df1(X,U)}{d\delta} + \psi 2 * \frac{df2(X,U)}{d\delta} + \psi 3 * \frac{df3(X,U)}{d\delta}) < 0];$$

$$\frac{df1(X,U)}{d\theta} = \frac{\frac{dP(\theta)}{d\theta}}{(m+\lambda 11)}, \frac{df2(X,U)}{d\delta} = \frac{\frac{dRy(\beta,\delta)}{d\delta}}{(m+\lambda 22)}, \frac{df3(X,U)}{d\delta} = \frac{\frac{dMz(\beta,\delta)}{d\delta}}{(Izz+\lambda 66)};$$

Совместное решение систем уравнений (2), (5), (6) определяет оптимальное, с точки зрения функционала качества управления (3), движение объекта управления.

Для расчета начального значения сопряженного вектора состояния $\Psi(0) = (\psi 0(0) = 1, \psi 1(0), \psi 2(0), \psi 3(0), \psi 4(0), \psi 5(0), \psi 6(0))$, который обеспечивает попадание оптимальной траектории в конечный вектор состояния $X1(T) = (Vx1, Vy1, \Omega z1, \Psi 1, Xg1, Yg1)$, использован метод пристрелки [8–9]. Так как упрощенная модель объекта управления (2) имеет размерность 6, требуется 7 совместных прогонов модели (2), сопряженной системы (5) и алгоритма формирования управлений (6) для различных начальных значений $\Psi(0)$ с целью определения матрицы чувствительности $\dfrac{d\Psi(0)}{dX(T)}$, последующего уточнения начального значения сопряженного вектора $\Psi(0) = \Psi(0) + \dfrac{d\Psi(0)}{dX(T)}(X(T) - X1(T))$.

Синтез оптимального управления заканчивается после нахождения $\Psi(0)$, для которого $X(T) - X1(T) < \varepsilon$.

Синтезированное согласно (6) оптимальное управление $U = (\theta, \delta)$ используется как программное при реализации дальнего подхода к объекту швартовки. Ряд факторов, таких как неточность знания математической модели объекта управления (2), (5), (6), внешних воздействий (ветра и течения), погрешности расчетов, неучтенные факторы приводят к отклонению реальной траектории от оптимальной. С целью компенсации таких отклонений, на программное управление $U = (\theta, \delta)$ накладывается управление $\Delta U = (\Delta\theta, \Delta\delta)$, удерживающее объект управления на оптимальной траектории.

Результаты исследований. Проверка правильности работы синтезированных алгоритмов проведена на примере решения задачи швартовки судна, имеющего параметры начального вектора состояния $Vx(0) = 5$ м/с, $Vy(0) = 1$ м/с, $\Omega z(0) = 2$ град/с, $\varphi(0) = 0$ град, $Xg(0) = 0$ м, $Yg(0) = 0$ м., конечного вектора состояния $Vx(T) = 0$ м/с, $Vy(T) = 0$ м/с, $\Omega z(T) = 0$ град/с, $\varphi(T) = 90$ град, $Xg(T) = 450$ м, $Yg(T) = 550$ м, наличия постоянного ветра и течения.

На рис. 2 приведены графики изменения параметров вектора состояния (продольной скорости Vx, боковой скорости Vy, угловой скорости Wz, курсового угла Fi, перемещений Xg, Zg) и управления (перемещение телеграфа teta и руля направления delta), полученные для оптимального по времени перевода объекта управления из начального состояния в конечное.

На рис. 3 приведена оптимальная по времени траектория подхода судна к объекту швартовки.

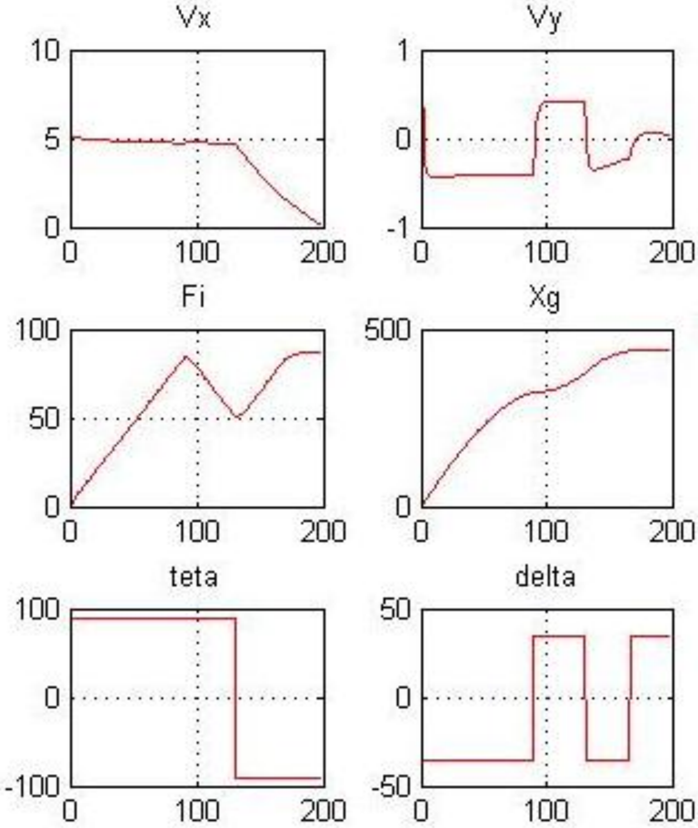

Рисунок 2 – Графики измнения параметров вектора состояния

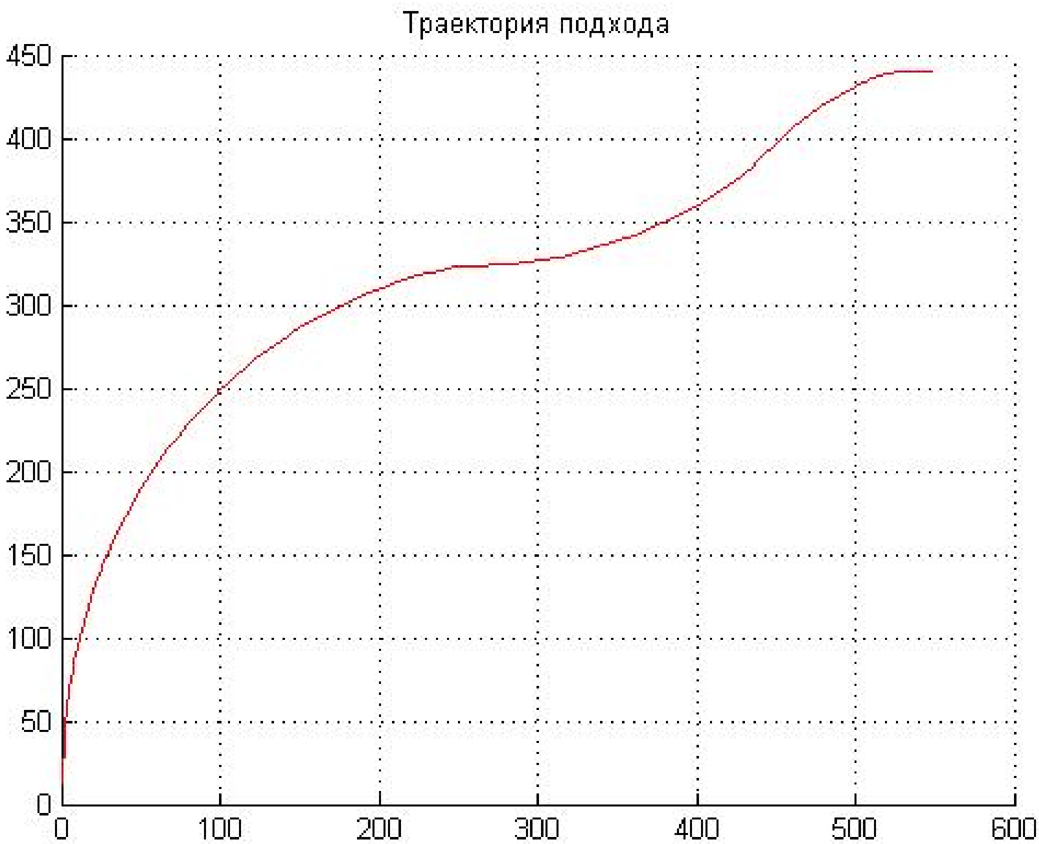

Рисунок 3 – Оптимальная по времени траектория подхода судна к объекту швартовки

Выводы. Результаты математического моделирования подтверждают работоспособность синтезированных алгоритмов оптимального управления. Совместно с наложенными управлениями, компенсирующими отклонения объекта управления от оптимальной траектории вследствие действия неучтенных факторов, оптимальные управления обеспечивают перевод объекта управления с заданного начального в требуемое конечное состояние за минимальное время с заданной точностью.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. Москва : Наука, 1969.
2. Ногин В. Д. Введение в оптимальное управление : учебно-методическое пособие. СПб : ЮТАС, 2008. 92 с.
3. Алексеев В. М., Тихомиров В. М., Фомин С. В. Оптимальное управление. Москва : Наука, 1979.
4. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функции и функционального анализа. Москва : Наука, 1976.
5. Вентцель Е. С. Исследование операций: задачи, принципы, методология : учебное пособие для втузов. Москва : Высшая школа, 2007.
6. Антонов В. А., Письменный М. Н. Теоретические основы управления судном. Владивосток : МГУ им.адмирала Г.И. Невельслкого, 2007. 78 с.
7. Navi Trainer 4000. Mathematical models // Technical description. Transas Marine Ltd, 2003. 104 p.
8. Моршнева И. В., Овчинникова С. Н. Численное решение краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод стрельбы. Ростов-на-Дону : УПЛ РГУ, 2003.
9. Струченков В. И. Методы оптимизации в прикладных задачах. Москва : Солон-Пресс, 2009. 310 с.

REFERENCES

1. Pontryagin, L., Boltyanskiy, V., Gamkrelidze, R. & Mishenko, E. (1969). *Matematicheskaya teoriya optmalnyh processov*. Moskva : Nauka.
2. Nogin, V. (2008). *Vvedenie v optimalnoe upravleniye* : uchebno-metodicheskoe posobie. Sankt Peterburg : UTAS.
3. Alekseev, V., Tihomirov, V. & Fomin, S.(1979). *Optimalnoe upravlenie.* Moskva : Nauka.
4. Kolmogorov, A. & Fomin, S. (1976). *Elemety teorii funkcii i funkcionalnogo analiza.* Moskva : Nauka.
5. Ventcel, E. (2007). *Issledovanie operaciy: zadachi, principy, metodologiya :* uchebnoe posobie dlya vtuzov. Moskva :Visshaya shkola.
6. Antonov, V. & Pismennyj, M. (2007). *Teoreticheskie osnovy upravleniya sudnom.* Vladvostok : MGU im.admirala Nevelskogo.
7. Navi Trainer 4000. Mathematical models // Technical description. Transas Marine Ltd, 2003.
8. Morshneva, I. & Ovchinnikova, S. (2003). *Chislennoe reshenie kraevih zadach dlya obyknovennyh differencialnyh uravnenij. Metod strelby.* Rostov na Dony : UPL RGU.
9. Struchenkov, V. (2009). Metody optimizacii v prikladnyh zadachah. Moskva : Solon-Press.

Зінченко С. М., Ляшенко В. Г., Грошева О. О. СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛІННЯ СУДНОМ З ГРАНИЧНИМИ УМОВАМИ.
Метою роботи є синтез оптимального управління переміщенням судна з заданого початкового стану в потрібний кінцевий. Такі управління виникають при вирішенні завдань пошуку і порятунку, підході до об'єктів швартування, включаючи рухомі, в інших прикладних задачах. Поставлена мета досягається використанням принципу максимуму, методу пристрілки і спрощеної математичної моделі судна зі збільшеним кроком інтегрування, як інструменту методу пристрілки. Працездатність алгоритмів перевірена математичним моделюванням об'єкта управління в замкнутій схемі з системою управління з урахуванням зовнішніх впливів. Розроблені алгоритми можуть бути застосовані у модулі синтезу оптимального управління рухом суден, інших задачах управління, що вирішуються у реальному масштабі часу.
***Ключові слова**: об’єкт управління, система управління, математична модель, числове інтегрування, оптимальне управління, принцип максимума, метод пристрілки.*

Zinchenko S., Lyashenko V. G., Grosheva O. SYNTHESIS OF OPTIMAL CONTROL OF A VESSEL WITH BOUNDARY CONDITIONS.
The aim of the work is the synthesis of optimal control of the movement of the vessel from a adjusted initial state to the desired end. Such controls arise in solving search and rescue tasks, approaching mooring objects, including mobile ones, in other applied tasks. This goal is achieved by using the maximum principle, the shooting method and a simplified mathematical model of the vessel with an increased integration step, as a tool for the method of shooting. The efficiency of the algorithms has been verified by mathematical modeling of the control object in a closed circuit with a control system, taking into account external influences. The developed algorithms can be applied in the synthesis module of the optimal control of the movement of vessels, other control problems solved in real time.
***Keywords:** control object, control system, mathematical model, numerical integration, optimal control, maximum principle,shooting method.*

Статтю прийнято
до редакції 20.05.18