

ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

УДК 656.01.001.18:[681.5:519]

АДАПТИВНЕ ПРОГНОЗУВАННЯ ПРОЦЕСІВ У СИСТЕМАХ ДОВІЛЬНОЇ ПРИРОДИ

Бідюк П.І.,

Національний технічний університет України „Київський політехнічний інститут”

Вступ. Підвищення якості рішень на різних рівнях управлінської ієрархії вимагає створення методів прогнозування, які забезпечать високоякісні оцінки прогнозів. Існуючі методи прогнозування, які ґрунтуються на аналітичних процедурах, логічних правилах та раціональному експертному мисленні, у багатьох випадках не дають бажаного результату стосовно якості оцінок прогнозів, а тому виникає проблема значного і прискореного підвищення якості оцінок прогнозованих значень. Все це свідчить про актуальність тематики.

Розв'язання задачі ефективного прогнозування на новому якісному рівні вимагає застосування сучасних методів системного аналізу до існуючих підходів та методів, коректного використання методів математичного моделювання процесів довільної природи на основі досягнень теорії адаптивного оцінювання, статистичного аналізу даних і методів моделювання. Деякі можливості розв'язання задачі адаптивного прогнозування розглядаються в роботах [1, 2, 3]. Однак, методи, представлені у цих роботах, не ґрунтуються на системному підході до розв'язання задач управління і фактично не дають відповіді на основне запитання: як організувати процес обробки даних таким чином, щоб отримати кращі оцінки прогнозів в умовах наявності невизначеностей структурного, параметричного і статистичного характеру? Подібні невизначеності можуть бути зумовлені нестационарністю процесу, розвиток якого прогнозується, пропусками даних, зашумленими даними, екстремальними значеннями та відсутністю необхідних об'ємів вибірок даних. Ефективний метод адаптивного прогнозування за допомогою фільтра Калмана (ФК) представлено у роботі [4]. Для адаптації алгоритму оцінювання та прогнозування стану процесу використовують обчислені в реальному часі оцінки статистичних характеристик збурень стану і шумів вимірів. Однак, застосування ФК має свої недоліки, наприклад, такі: (1) обчислення оцінок багатокрокових прогнозів вимагає використання проміжних оцінок; (2) у багатьох випадках неможливо отримати прийнятні оцінки статистичних характеристик збурень стану і шумів вимірів; (3) існують проблеми обчислювального характеру при використанні нелінійних моделей у просторі станів.

Постановка задачі: необхідно розробити концепцію адаптивного прогнозування процесів довільної природи на основі підходів і методів системного аналізу, які передбачають ієрархічний аналіз процесів

моделювання та прогнозування, урахування невизначеностей структурного параметричного і статистичного характеру, адаптування моделей до змін у процесах та застосування альтернативних методів оцінювання з метою пошуку кращих оцінок прогнозів за допомогою множини чисельних критеріїв їх якості. Запропонувати нові обчислювальні схеми побудови прогнозуючих систем із зворотним зв'язком на основі використання статистичних параметрів якості моделей та оцінок прогнозів.

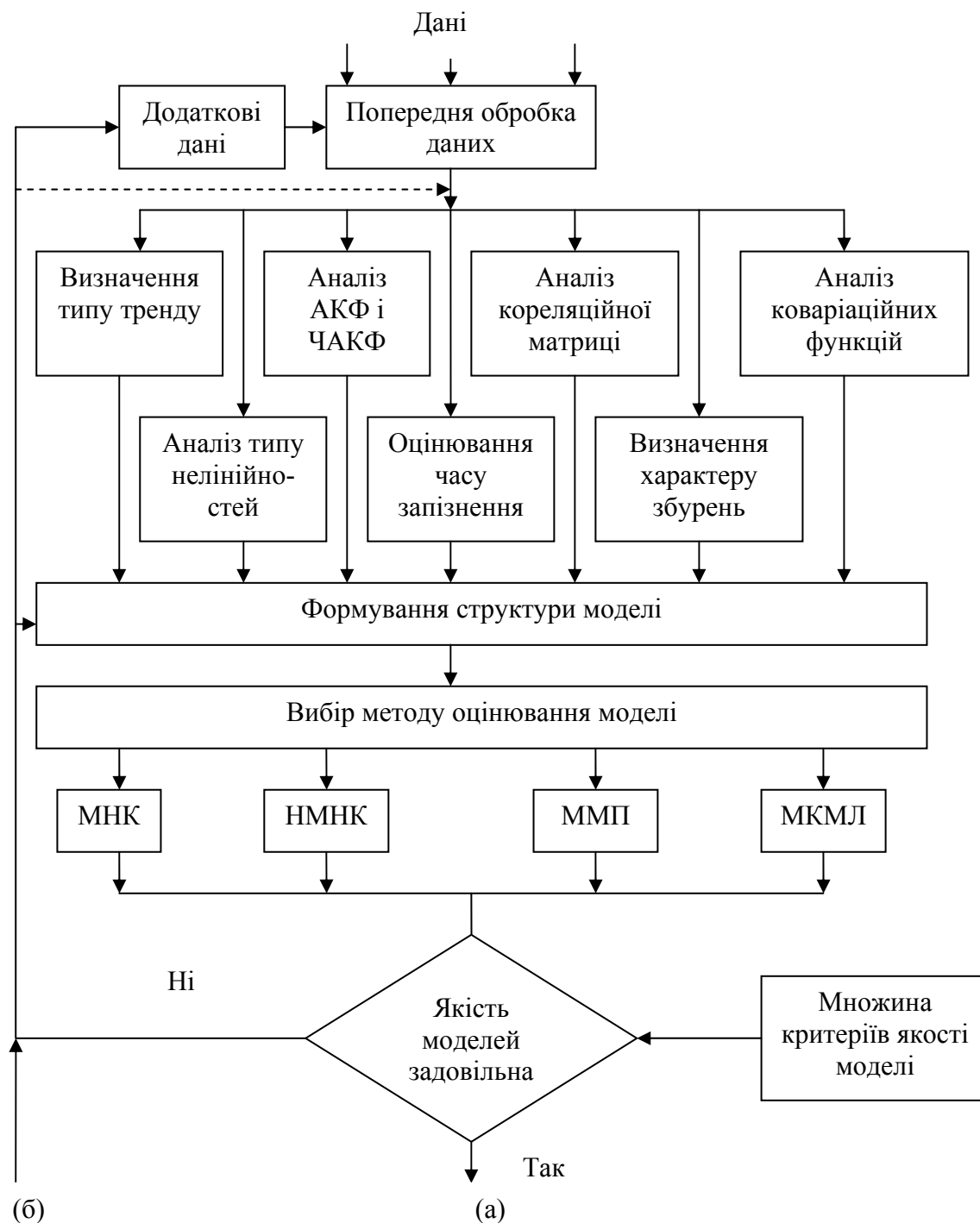


Рисунок 1. Схема адаптивного оцінювання моделі процесу

Концепція побудови адаптивної прогнозуючої системи. Спрощена концептуальна схема процесу моделювання, прогнозування та керування (як логічного завершення двох попередніх етапів) наведена на рисунках 1, 2.

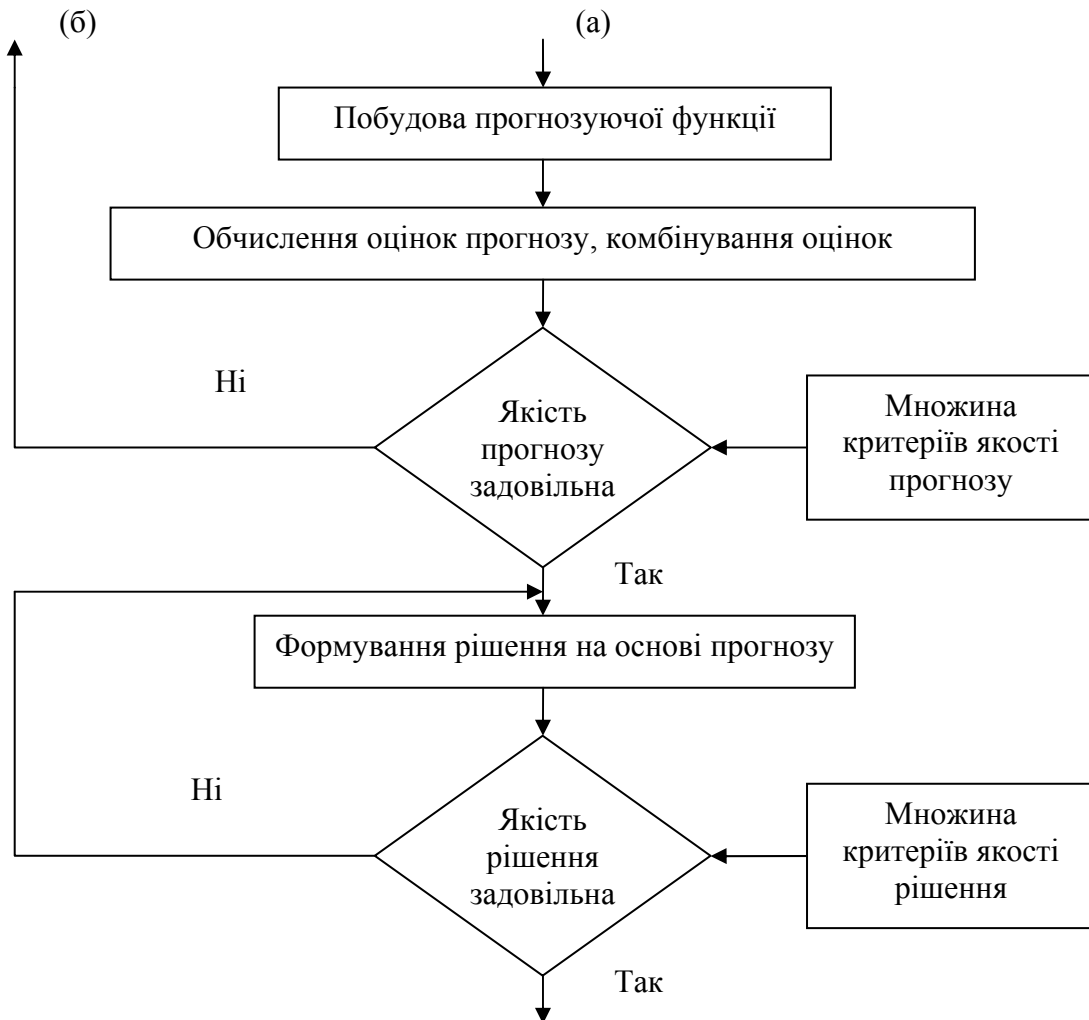


Рисунок 2. Схема процедури адаптивного оцінювання прогнозу і формування рішення на його основі

Розглянемо докладніше кожний з етапів. Створення системи адаптивного прогнозування починається з вибору процесу, аналізу його поточного стану, існуючих моделей та підходів до прогнозування його розвитку. Аналіз спеціальних літературних джерел може суттєво допомогти у встановленні факту існування побудованої моделі для опису поведінки вибраного процесу. Це можуть бути математичні моделі у вигляді систем рівнянь, закони розподілу вхідних та вихідних величин (статистичні моделі) або логічні моделі у вигляді наборів правил, які характеризують взаємодію входів і виходів процесу керування. В останні два десятиліття набувають популярності імовірнісні методи і моделі різноманітних структур та моделі у вигляді правил нечіткої логіки, які мають відносно хороше наближення до

характеру мислення експерта. Вибір типу та структури моделі відіграє суттєву роль для реалізації подальших етапів створення прогнозуючої та керуючої систем. Так, модель, створена на основі теоретичних уявлень і закономірностей стосовно конкретного процесу, може потребувати лише деякого уточнення її параметрів за допомогою статистичних даних.

З іншого боку, модель, яка повністю ґрунтується на статистичних дослідженнях процесу, може потребувати значно більших об'ємів інформації і часу для її побудови. Огляд літературних джерел також може бути корисним з точки зору вибору методів адаптивного оцінювання параметрів моделі. Кожний метод має свої особливості та межі застосування, а тому необхідно знати ці особливості до його застосування.

Практика створення прогнозуючих систем для процесів довільної природи свідчить про те, що готові до використання моделі зустрічаються дуже рідко. Навіть існуючі апробовані моделі потребують корегування їх структури та/або параметрів з метою їх адаптування до конкретних умов. Тому у більшості випадків необхідно будувати нову модель на основі наявних статистичних даних. Якість даних відіграє надзвичайно важливу роль, а тому при формуванні масивів даних необхідно керуватись відомими вимогами стосовно їх інформативності, синхронності та коректності [5, 6].

Попередня обробка даних необхідна для приведення їх до форми, яка забезпечить можливість коректного застосування методів оцінювання параметрів моделі та отримання їх статистично значущих оцінок. Так, досить часто необхідно заповнювати пропуски даних, корегувати значні імпульсні (екстремальні) значення, нормувати значення у заданих межах, логарифмувати великі значення та фільтрувати шумові складові.

На основі підготовлених даних оцінюють структури та параметри математичних моделей-кандидатів процесів, вибраних для прогнозування та керування. Вибір (оцінювання) структури моделі – ключовий момент її побудови. Нагадаємо, що структура моделі включає п'ять елементів: (1) вимірність (число рівнянь, які утворюють модель); (2) порядок – максимальний порядок диференціальних або різницевих рівнянь, які входять у модель; (3) нелінійність та її тип (нелінійності відносно змінних або параметрів); (4) час затримки (лаг) реакції відносно вхідного впливу та його оцінка; (5) зовнішнє збурення процесу та його тип (детерміноване або випадкове) [5]. Для оцінювання параметрів найчастіше використовують метод найменших квадратів (МНК) і нелінійний МНК, метод максимальної правдоподібності (ММП) і метод Монте Карло для марковських ланцюгів. Як правило, для одного процесу оцінюють декілька моделей-кандидатів, а потім вибирають із них кращу за допомогою множини статистичних параметрів якості моделі.

Побудована модель, навіть високого ступеня адекватності, ще не гарантує високої якості оцінок прогнозів. Тому після побудови моделі необхідно перевірити на можливість застосування до розв'язання задачі прогнозування. Так, при використанні моделей типу авторегресії з ковзним

середнім (АРКС) існує можливість побудови функцій прогнозування безпосередньо за моделлю або на основі її аналітичного розв'язку. Такий підхід дає можливість уникнути використання проміжних оцінок прогнозів при багатокроковому прогнозуванні. На сьогодні існує широкий спектр методів прогнозування, які застосовують у технічних системах, економіці та фінансах. Однак, далеко не всі методи забезпечують високоякісні прогнози у конкретних випадках їх застосування. Тому високоякісне прогнозування, навіть за наявності можливості побудови функції прогнозування, – це досить непроста задача, яка часто потребує, як правило, одночасного застосування декількох альтернативних моделей і вибору кращої з них шляхом аналізу отриманого результату.

Найпопулярнішими моделями, які використовують для прогнозування, є такі: регресійні моделі, моделі на основі нечіткої логіки, ймовірнісні моделі, поліноміальні моделі методу групового врахування аргументів (МГВА), нейронні мережі, моделі на основі „м'яких” обчислень (генетичні та імунні алгоритми), моделі методу подібних траєкторій та деякі інші. Кожна із згаданих моделей у тій чи іншій мірі може враховувати невизначеності різного характеру. Кращі результати прогнозування процесів з невизначеностями можна отримати за допомогою МГВА, ймовірнісних методів та нечіткої логіки. За своєю природою ці методи близькі до способів моделювання ситуацій та прийняття рішень людиною, а тому їх застосування в системах управління та підтримки прийняття рішень (СППР) можуть дати значний позитивний ефект.

Одним із сучасних напрямів розвитку ймовірнісних методів моделювання і прогнозування є статичні і динамічні мережі Байєса (МБ) [6, 7]. Вони призначені для розв'язання задач розпізнавання образів (ситуацій), прогнозування розвитку процесів та їх діагностики, а також для керування процесами і об'єктами різної природи. Перевагами моделей у формі мереж Байєса є високий ступінь їх наглядності завдяки графічному представленню змінних та їх причинних взаємозв'язків, можливості створення моделей високої вимірності (у смислі великого числа змінних), використання неперервних та дискретних змінних в одній моделі, врахування невизначеностей структурного і стохастичного типів, можливості використання методів точного і наближеного формування ймовірнісного висновку. Загалом МБ можна характеризувати як досить складний високоресурсний, але високоефективний ймовірнісний метод моделювання та прогнозування розвитку процесів довільної природи. Крім того, МБ можна вибрати за основу методики формування альтернатив при прийнятті рішень.

Оцінювання якості моделі і прогнозу. Якість моделі оцінюють за допомогою декількох статистичних критеріїв якості, зокрема таких: коефіцієнта множинної детермінації (R^2), який характеризує інформативність моделі по відношенню до інформативності даних; статистики Дарбіна-Уотсона (DW), що визначає ступінь автокорельованості похибок моделі; інформаційного критерію Акайке (AIC) і статистики

Байєса-Шварца (BSC); суми квадратів похибок моделі ($\sum e^2(k)$); F – статистики Фішера та інших. Для автоматизованого вибору кращої моделі можна скористатись інтегральним критерієм якості [7]:

$$IK = e^{1-R^2} + \frac{SSE}{N} + \left\{ \begin{array}{l} \ln(AIC + BSC), \text{ якщо } AIC + BSC > 0 \\ e^{AIC+BSC}, \text{ якщо } AIC + BSC \leq 0 \end{array} \right\} + e^{2-DW} + \\ + \ln(SKП) + \ln(CAПП) + e^U$$

де $SKП$ – середньоквадратична похибка однокрокового прогнозу на навчальній (історичній) вибірці; $CAПП$ – середня абсолютна похибка прогнозу в процентах; U – коефіцієнт Тейла (наближається до нуля, якщо модель придатна для оцінювання прогнозів).

Важливим моментом процесу прогнозування є об'єктивне коректне визначення якості отриманого прогнозу. Оскільки оцінки прогнозів – випадкові величини, то для визначення їх якості необхідно використовувати декілька статистичних критеріїв. Рисунок 3 ілюструє часову вісь та відрізки часу, на яких виконується оцінювання моделі й перевірка якості прогнозу.



Рисунок 3. Види прогнозування за часовим рядом

На явну вибірку даних доцільно розділити на навчальну та перевірочну. На навчальній вибірці оцінюють параметри моделі процесу і так званий „історичний” прогноз, який дає змогу встановити якість оцінок однокрокового прогнозу на цій ділянці даних. Прогноз на перевірочній частині вибірки у науковій літературі називають ще прогнозом *ex post*. У різних емпіричних дослідженнях для перевірки рекомендують залишати (10-50) % значень ряду даних. Загальною рекомендацією є використання для навчання (оцінювання параметрів моделі) не менше 50-60 значень вибірки [3]. Оцінки прогнозів поза вибіркою даних називають прогнозом *ex ante*.

Для оцінювання якості прогнозів використовують ще одну множину статистичних критеріїв. Досить часто якість оцінок прогнозів визначають лише за допомогою середньоквадратичної похибки (СКП). Однак, значення СКП залежить від масштабу даних, а тому цієї характеристики недостатньо

для аналізу якості прогнозу. Крім того, необхідно пам'ятати, що оцінки прогнозів – це випадкові величини, якість яких неможливо оцінити за допомогою одного параметра. Поглиблене оцінювання якості прогнозів досягається за рахунок використання критеріїв, які дають відносні оцінки якості (наприклад, коефіцієнт Тейла) та відносні оцінки у процентах (наприклад, САПП). Перевагою їх використання є те, що вони не залежать від масштабу даних. САПП і коефіцієнт Тейла U обчислюють за виразами:

$$САПП = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \frac{|y(k+i) - \hat{y}(k+i, k)|}{|y(k+i)|} \times 100\% = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \frac{|e(k+i)|}{|y(k+i)|} \times 100\%,$$

$$U = \frac{\sqrt{\frac{1}{s} \sum_{k=1}^s [y(k+i) - \hat{y}(k+i)]^2}}{\sqrt{\frac{1}{s} \sum_{i=1}^s y^2(k+i) + \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \hat{y}^2(k+i)}},$$

де s - число кроків прогнозування; $y(k+i)$ – фактичні значення даних; $\hat{y}(k+i)$ – оцінки прогнозів. Коефіцієнт Тейла U – це важливий індикатор якості моделі і прогнозу; за означенням, $0 \leq U \leq 1$. При $U \rightarrow 0$ оцінки прогнозів наближаються до фактичних значень ряду і модель має високий ступінь адекватності. Тобто U дає можливість установити придатність моделі (методу) для прогнозування у принципі.

У багатьох випадках кращих результатів прогнозування можна досягти за рахунок усереднення (або комбінування за допомогою вагових коефіцієнтів) оцінок прогнозів, отриманих за допомогою різних методів. Для двох методів прогнозування середнє визначається просто:

$$\hat{y}_c(k) = \frac{\hat{y}_1(k) + \hat{y}_2(k)}{2}, \quad (1)$$

де $\hat{y}_c(k)$ – оцінка комбінованого прогнозу; $\hat{y}_1(k)$, $\hat{y}_2(k)$ – оцінки прогнозів, отримані різними методами. Якщо окремі оцінки не зміщені (це повинен забезпечувати метод прогнозування), то комбінований прогноз також буде незміщеним. Похибка комбінованого прогнозу:

$$e_c(k) = y(k) - \hat{y}_c(k) = y(k) - \frac{\hat{y}_1(k) + \hat{y}_2(k)}{2} = \frac{e_1(k) + e_2(k)}{2}, \quad (2)$$

Дисперсія похибки комбінованого прогнозу:

$$\begin{aligned} \text{var} \left[\frac{e_1(k) + e_2(k)}{2} \right] &= E \left[\frac{e_1(k) + e_2(k)}{2} \right]^2 = \frac{1}{4} E [e_1^2(k) + 2e_1(k)e_2(k) + e_2^2(k)] = \\ &= \frac{1}{4} \{ E [e_1^2(k)] + 2 E [e_1(k)e_2(k)] + E [e_2^2(k)] \} = \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{4} \left[\sigma_1^2 + 2 \frac{E[e_1(k)e_2(k)]}{\sigma_1 \sigma_2} \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2 \right] = \frac{\sigma_1^2 + 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2}{4}. \quad (3)$$

Таким чином, дисперсія комбінованого прогнозу залежить від дисперсій похибок окремих оцінок σ_1^2 , σ_2^2 і коефіцієнта кореляції між ними. Якщо похибки прогнозів, тобто $\rho = 0$, то формула (3) спрощується:

$$\sigma_c^2 = \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{4}. \quad (4)$$

Таким чином, якщо дисперсії близькі за значеннями і похибки оцінок прогнозів незалежні, то дисперсія комбінованої похибки буде значно меншою будь-якої з двох дисперсій. Але, навіть за умови існування досить високої кореляції між похибками оцінок окремих прогнозів, дисперсія похибки комбінованого прогнозу буде меншою, ніж дисперсія кожної оцінки окремо. Наприклад, при $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = 100$ і $\rho = 0,8$ дисперсія комбінованого прогнозу складе 90.

Оцінки прогнозів можна комбінувати за допомогою вагових коефіцієнтів, які обчислюють об'єктивно або формують експерти:

$$\hat{f}_c(k) = w_1 \hat{f}_1(k) + w_2 \hat{f}_2(k), \quad (5)$$

де w_1, w_2 – вагові коефіцієнти. Очевидно, що більші значення вагових коефіцієнтів необхідно присвоювати тим індивідуальним прогнозам, які мають меншу дисперсію похибок. При цьому для коректності обчислень необхідно виконати умову: $w_1 + w_2 = 1$.

Як правило, похибки прогнозів для конкретних моделей і процесів легко визначаються. Це дає можливість об'єктивно підійти до розв'язання задачі вибору вагових коефіцієнтів. Оскільки моделі, які дають менші значення суми квадратів похибок прогнозів, генерують якісніші прогнози, то логічно прийняти цю міру за основу для визначення вагових коефіцієнтів. Позначимо суму квадратів похибок прогнозування (для історичного прогнозу) через

$$sse = \sum_{k=1}^N e^2(k).$$

Тепер можна записати вирази для вагових коефіцієнтів окремих прогнозів:

$$w_i = \frac{1/sse_i}{1/sse_1 + 1/sse_2 + \dots + 1/sse_m}, \quad (6)$$

де sse_i – сума квадратів похибок оцінок прогнозів для i -го методу; m – кількість моделей (методів), що використовуються для прогнозування.

Адаптивне обчислення оцінок прогнозів. Для збереження якості оцінок прогнозів в умовах нестационарності досліджуваного процесу, а також

для підвищення якості прогнозування процесів із довільними статистичними характеристиками необхідно застосовувати адаптивні схеми оцінювання прогнозів. Вихідними величинами для аналізу якості прогнозів і формування адаптивних схем їх оцінювання є значення похибок прогнозів та їх статистичні характеристики. Для розв'язання задачі адаптації прогнозуючої моделі до вимог стосовно якості прогнозу можна скористатись такими обчислювальними можливостями:

- рекурсивне оцінювання параметрів математичних і статистичних моделей, що сприяє уточненню моделі та підвищенню якості прогнозу з надходженням нових даних;

- автоматизований аналіз часткової автокореляційної функції (ЧАКФ) залежної (основної) змінної з подальшим корегуванням структури моделі шляхом введення/вилучення додаткових лагових значень;

- почергове введення в модель можливих регресорів і аналіз їх впливу на якість прогнозу; формування головних компонент;

- автоматизований аналіз функції часткової взаємної кореляції основної змінної з регресорами з метою корегування лагових значень регресора у правій частині рівняння (формування провідних індикаторів);

- оцінювання параметрів збурюючих впливів у реальному часі з надходженням вимірів та використання отриманих оцінок для покращення оцінок прогнозу (наприклад, при використанні фільтра Калмана як інструмента згладжування та прогнозування);

- адаптування структур нейронних і байєсових мереж на основі нових вимірів та експертних оцінок [8, 9];

- використання похибок оцінок прогнозів для обчислення вагових коефіцієнтів при формуванні комбінованої оцінки прогнозу з декількох індивідуальних оцінок;

- автоматизований адаптивний вибір (оптимальних) вагових коефіцієнтів у процедурах експоненціального згладжування та пошуку подібних траєкторій;

- автоматизований аналіз залишків регресійних моделей із метою встановлення їх інформативності та корегування структури моделі процесу;

- адаптивне формування масивів вимірів змінних стану процесу за допомогою методів ієрархічного комплексування (інтегрування) даних, що забезпечує підвищення їх інформативності.

Очевидно, що існує досить широкий спектр методів адаптування схем оцінювання прогнозів до статистичних характеристик даних з метою досягнення бажаних характеристик оцінок прогнозів. Застосування тієї чи іншої схеми залежить від конкретної постановки задачі, якості та об'єму експериментальних (статистичних) даних, сформульованих вимог до якості оцінок прогнозів та часу, наявного для виконання обчислень. Кожний метод адаптивного формування оцінки прогнозу має свої особливості, які мають бути враховані при створенні системи адаптивного прогнозування.

Наявність зворотнього зв'язку в системі адаптивного прогнозування за похибкою моделі сприяє наближенню якості моделі до рівня, необхідного для досягнення високоякісного прогнозу. Зворотній зв'язок за похибкою прогнозу також спрямований на підвищення точності оцінок прогнозів, яка досягається за рахунок покращення якості (інформативності) даних і уточнення структури моделі. Цей контур також дає можливість уникнути „перенавчання”, яке підвищує точність апроксимації даних побудованою моделлю, але знижує якість оцінок прогнозів.

Приклад застосування концепції адаптивного прогнозування до розвитку процесів у компанії «Укррічфлот» наведено в таблиці 1.

Таблиця 1. Результати прогнозування вибраних показників

1557			АРКС					
			AP	КС	R2	DW	RMSE	MAPE
Паливо			1	0	0.864892	2.099598	0.112850	0.092744
Паливо			2	0	0.855055	1.984016	0.111868	0.090767
Паливо			1	23	0.926080	2.268349	0.083472	0.071102
Мастила			1	0	0.302572	2.332827		
Мастила			2	0	0.361418	1.953280		
Мастила			2	19	0.722543	2.182386	0.076263	0.061749
Прибуток			1	0	0.685087	2.211483		
Прибуток			2	0	0.675192	1.984402		
Прибуток			1	26	0.840856	2.235307	0.092223	0.071018
Profit	(F,0)		AP	КС	R2	DW	RMSE	MAPE
Profit	1	1	1	0	0.698651	1.990032	0.126905	0.094715
Profit	-2	0	1	0	0.750990	2.073094	0.113177	0.093096
Profit	-2	0	1	26	0.883285	2.151587	0.077484	0.064312

Для прогнозування вибрані витрати на паливо і мастильні матеріали, а також прибуток компанії. Якість моделей оцінена за допомогою коефіцієнта детермінації і статистики Дарбіна-Уотсона, а якість прогнозів – за допомогою середньоквадратичної похибки (RMSE) і середньої абсолютної похибки у процентах (MAPE). Кращі моделі й результати прогнозів виділені напівжирним шрифтом. З таблиці 1 видно, що якість (адекватність) побудованих моделей і якість прогнозів – висока. Так, для середньої абсолютної похибки у процентах вдалось досягти значень, менших 0,1%.

Висновки. Запропонована концепція формулювання та розв'язання задач адаптивного прогнозування розвитку процесів довільної природи на основі методології системного аналізу, яка ґрунтується на комплексному використанні методів попередньої обробки й аналізу даних, математичного і статистичного моделювання, прогнозування та оптимального оцінювання станів процесів довільної природи. Використання запропонованої концепції забезпечує отримання високоякісних (за точністю) коротко- та середньострокових прогнозів за умови наявності інформативних даних, а

також формування на їх основі альтернативних оптимальних і раціональних рішень та передбачає універсальність застосування до широкого класу процесів.

Побудовано математичні моделі вибраних показників розвитку компанії «Укррічфлот». Отримані результати свідчать про можливість досягнення високої якості прогнозів за допомогою створеної прогнозуючої системи.

У подальших дослідженнях доцільно розглянути і застосувати удосконалені схеми адаптивного прогнозування завдяки покращенню якості попередньої обробки вхідних даних, застосуванню удосконалених методів оцінювання параметрів та подальшої автоматизації вибору структури моделі.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Лукашин Ю.П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования. – М. : Финансы и статистика, 2003. – 414 с.
2. Зельнер А. Байесовские методы в эконометрии. – Москва : Статистика, 1980. – 438 с.
3. Chatfield C. Time series forecasting. – London : Chapman & Hall, 2000. – 267 p.
4. Згуровский М.З., Подладчиков В.Н. Аналитические методы калмановской фильтрации. – Київ : Наукова думка, 1995. – 285 с.
5. Бідюк П.І. Системний підхід до прогнозування на основі моделей часових рядів // Системні дослідження та інформаційні технології. – 2003. – № 3. – С. 88–110.
6. Згуровский М.З., Бидюк П.И., Терентьев А.Н. Методы построения байесовских сетей на основе оценочных функций // Кибернетика и системный анализ. – 2008. – № 2. – С. 81–88.
7. Демківський Є.О., Бідюк П.І. Система підтримки прийняття рішень при прогнозуванні нестационарних процесів // Наукові праці Миколаївського державного гуманітарного університету ім. Петра Могили, 2008. – Вип. 77. – С. 137–159.
8. Nong Y. The Handbook of Data Mining. – New Jersey : Arizona State University Publishers, 2003. – 1201 p.
9. Altman E.I., Avery R.B., Eisenbeis R.A., Sinkey J. Application of Classification Techniques in Business, Banking and Finance. – Greenwich : JAI Press, 1981. – 418 p.