

КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ ДИНАМИКИ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ БОЛЬШОГО ПАРУСНОГО СУДНА

Товстокорый О.Н.,

Одесская национальная морская академия

Для проведения качественного анализа динамики управления большого парусного судна (БПС) при малых перекадках руля использован математический аппарат теории ветвления нелинейных дифференциальных уравнений. Получена методика расчета фазовых пятен, где происходит потеря управляемости, а также выработаны рекомендации по созданию нового авторулевого БПС.

Ключевые слова: динамика управления, большое парусное судно, теория ветвления, качественный анализ, модель, эволюционная система, фазовые пятна, потеря управляемости, критический угол.

Постановка проблемы. В последнее время количество парусных судов в мире увеличилось. Этому в значительной мере способствует истощение природных ресурсов, в первую очередь источников энергии. Поиск альтернативных источников энергии на морском транспорте приводит к использованию энергии ветра и строительству парусных судов, в том числе и больших парусных судов используемых как грузовые и круизные. При маневрировании под парусами маневренные характеристики отличаются от аналогичных под машиной. Одним из разделов маневренных характеристик является управляемость, а исследование зоны неустойчивости диаграммы управляемости большого парусного судна и проведение ее качественного анализа может дать ответ о характере управляемости большого парусного судна.

Анализ последних достижений. В работе А. Д. Гофмана [1] приведены результаты исследования начального участка статической характеристики судна при криволинейном движении. Особенностью начального участка является отсутствие падения скорости при рыскании и малые углы дрейфа от поворота. В работе [2] отмечено, что методы получения знаний о маневренных характеристиках судна разработаны недостаточно. Причиной тому является отсутствие надлежащих нормативных документов как национальных, так и международных, в которых было бы четко определено содержание и форма представления данных о динамических свойствах судна, как объекта управления для эксплуатационных нужд.

Для характеристики поворотливости судна в период циркуляции используют диаграмму управляемости [1], которую представляют обычно в виде зависимости $\varpi(\delta)$, приведенную на рис. 1.

Диаграмма управляемости теоретически обладает симметрией, однако на практике она изменяется из-за наличия боковой силы винта, обусловленной неравномерностью попутного потока. Поведение судна при движении постоянным курсом определяется видом начального участка

диаграммы управляемости. Область неустойчивости существует вблизи начала диаграммы и определяется величинами угла обратной перекадки руля $\pm \delta_{po}$ и угловой скорости обратной поворотливости ϖ_o , а значение $\pm \delta_{po}$ рассчитывается по формулам, приведенным в работе [1].

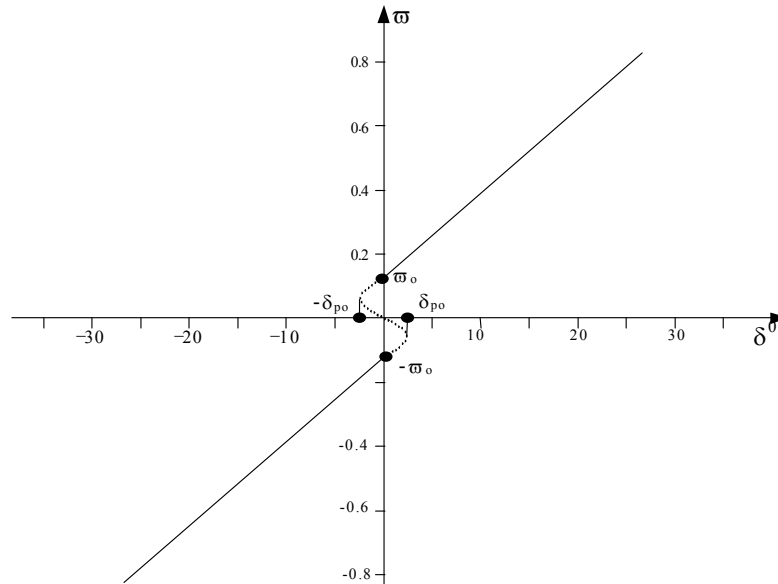


Рисунок 1 – Диаграмма управляемости теоретически неустойчивого судна

В работе [2] приведена классификация маневренных характеристик, включающую в себя характеристики устойчивости как составную часть характеристик управляемости.

Все вышеупомянутые исследования проводились для судов, приводимых в движение механической установкой. Для парусных судов подобная работа не проводилась.

Цель статьи. Целью настоящей статьи является проведения качественного анализа динамики управления БПС при малых перекадках руля с использованием математического аппарата теории ветвления нелинейных дифференциальных уравнений [3].

Изложение основного материала исследования. Процесс исследования динамики управления движением судна, в частности БПС, представляет собой качественный анализ сложнейшей динамической системы. В силу очевидной нелинейности объекта исследования необходимо проанализировать малые перекадки руля, т.к. именно в этой области управляющего воздействия на судно, может проявиться «неожиданная» реакция системы.

Устойчивость движения судна при малых перекадках руля были рассмотрены в работе [4], но за основу была взята линеаризованная модель системы. Очевидно, что линеаризованная модель утрачивает ряд свойств исходной нелинейной модели. Поэтому в данной работе за основу была взята нелинейная модель, а в качестве математического аппарата для

качественного анализа данной системы использовалась теория ветвления нелинейных дифференциальных уравнений.

Уравнения движения судна на свободном ходу, полученные в работе [4] и имеют вид

$$\left. \begin{aligned}
 & (m + \lambda_{11}) \cdot \frac{dV}{dt} \cos \alpha_n - (m + \lambda_{11}) \frac{d\alpha_n}{dt} \cdot V \cdot \sin \alpha_n + \\
 & + (m + \lambda_{22}) \cdot V \times \omega \cdot \sin \alpha_n - \lambda_{26} \cdot \omega^2 = \\
 & = R_{ax} + R_{px} + R_{ex} + P_e + \sum R_x; \\
 & (m + \lambda_{22}) \cdot \frac{dV}{dt} \sin \alpha_n - (m + \lambda_{22}) \frac{d\alpha_n}{dt} \cdot V \cdot \cos \alpha_n + \\
 & + (m + \lambda_{11}) \cdot V \times \omega \cdot \cos \alpha_n + \lambda_{26} \cdot \frac{d\omega}{dt} = \\
 & = R_{ay} + R_{py} + R_{ey} + R_e + \sum R_y; \\
 & (I_z + \lambda_{66}) \cdot \frac{d\omega}{dt} - (\lambda_{11} - \lambda_{22}) \cdot V^2 \cdot \sin \alpha_n \cdot \cos \alpha_n + \\
 & + \lambda_{26} \cdot V \cdot \omega \cdot \cos \alpha_n - \lambda_{26} \cdot V \cdot \frac{d\alpha_n}{dt} \cos \alpha_n - \\
 & - \lambda_{26} \cdot \frac{dV}{dt} \sin \alpha_n = (R_e + R_{py}) \cdot l_p + M_r + M_a + \sum M.
 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где t – время; P_e – сила упора винта; R_e – боковая сила винта; R_{rx} , R_{ax} , R_{px} – продольные составляющие гидродинамической, аэродинамической сил и силы на руле; R_{ry} , R_{ay} , R_{py} – поперечные составляющие тех же сил; M_a , $M_{oc}((R_b + R_{py}) \cdot l_p)$, M_p – моменты гидро- и аэродинамической сил, боковой силы винта и руля; α_n – угол дрейфа от поворота; λ_{11} , λ_{26} , λ_{66} – присоединенные массы корпуса судна; $\sum R_x$, $\sum R_y$, $\sum M$ – дополнительные силы и моменты, обусловленные работой парусов, буксиров, швартовых концов, подруливающих устройств, от взаимодействия корпуса судна с причалом, стенками канала или другими судами.

Далее следуя общему правилу максимального упрощения модели, рассмотрим поведение судна в горизонтальной плоскости, на тихой воде и при отсутствии ветра. Дополнительно будем полагать, что скорость судна постоянна. Второй закон динамики для поступательного движения устанавливает зависимость ускорения от суммы действующих на судно сил, а для вращательного движения вокруг вертикальной оси – зависимость углового ускорения от суммы действующих на судно моментов.

Если судно следует постоянным курсом с неотклоненным рулем ($\alpha = 0$), то его продольная ось совпадает с направлением скорости ($\beta = 0$). В силу симметрии корпуса поперечные силы и момент отсутствуют и, следовательно, угловая скорость $\omega = 0$. Этот стационарный режим будет

устойчивым в том случае, если при возникновении незначительных ω , а вслед за этим и угла β , то есть появлении несимметричного обтекания, возникающие силы и моменты заставляют судно возвращаться в исходное состояние.

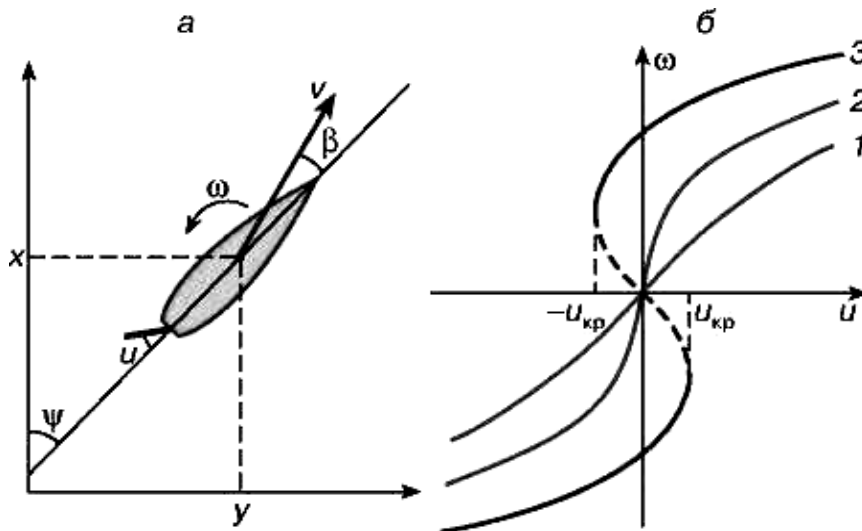


Рисунок 2 – а) состояние судна определяется пятью координатами и параметром управления u ; б) диаграмма управляемости устойчивого (1, 2) и неустойчивого (3) судов

Эту зависимость называют диаграммой управляемости судна. Наиболее важный ее участок – окрестность начала координат. Наклон кривой здесь характеризует реакцию судна на незначительные отклонения руля при прямолинейном движении. Чем круче этот участок, тем выше управляемость (рис. 2б, кривая 2). Как видно из рисунка, в случае устойчивого судна любому u соответствует единственное стационарное решение. На фазовой плоскости оно соответствует особой точке – устойчивому узлу. Подчеркнем, что диаграмма управляемости представляет статическую характеристику. Определяемые с ее помощью значения $\omega(u)$ достигаются в результате завершения переходного процесса. В обычном же режиме работы руль находится в отклоненном положении незначительное время, за которое величина ω не достигает установившегося значения.

Поэтому необходимость значительного повышения маневренности потребовала еще большего изменения диаграммы управляемости (рис. 2б, кривая 3). В результате движение судна на прямом курсе оказалось неустойчивым. Участок кривой 3 (рис. 2б), относящийся к неустойчивым стационарным режимам, изображен пунктиром. На фазовой плоскости он соответствует особой точке – седлу. Естественно, что в этом случае для удерживания судна в окрестности неустойчивого стационарного режима необходимо соответствующее воздействие управляющего органа $u(t)$.

Приведенные рассуждения об устойчивости и неустойчивости судна можно проиллюстрировать на примере простейшей механической системы, изображенной на рис. 3.

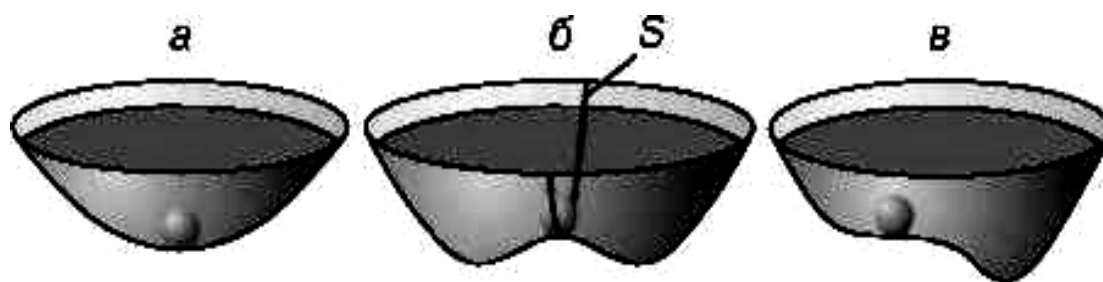


Рисунок 3 – Простейшая механическая система, иллюстрирующая устойчивое на курсе судно (а), неустойчивое при $u = 0$ (б) и неустойчивое при $u > u_{кр}$ (в)

Симметричная прозрачная ванна с крутыми боковыми стенками заполнена достаточно вязкой жидкостью, и в нее помещен шар. Случаю не отклоненного руля и устойчивой особой точки соответствует рис. 3а. Здесь в случае отклонения шара от равновесного состояния произойдет восстановление исходной ситуации. При этом в движении к состоянию равновесия выделяются два этапа: сначала быстрое скатывание по боковой стенке, затем медленное перемещение вдоль дна ванны.

Неустойчивому на прямом курсе судну соответствует рис. 3б, который иллюстрирует поведение системы в окрестности седла. При отклонении шара от равновесного состояния строго в поперечном направлении он будет стремиться вернуться в ту же точку. Эта особая траектория S соответствует сепаратрисе седла и является границей притяжения двух устойчивых равновесных состояний. Поэтому смещение шара в любом другом направлении приведет к дальнейшему его перемещению в одно из двух возможных устойчивых равновесных состояний. Отклонению руля в нашей интерпретации соответствует деформация нижней части ванны, нарушающая симметрию между левой и правой сторонами. Рис. 3в соответствует случаю $u > u_{кр}$. Следует отметить существование пологого участка, на котором скорость движения падает. Он расположен между более крутыми участками.

Рассматриваемая математическая модель управляемого судна описывается системой пяти дифференциальных уравнений первого порядка. На первом этапе эти уравнения получают в физических переменных и параметрах, измеряемых в обычных единицах. Далее осуществляют преобразование к, так называемым, безразмерным переменным и параметрам. Путем специального выбора масштабов удастся существенно упростить как сами уравнения (часть коэффициентов становятся равными единице), так и смысловую интерпретацию получаемых результатов. Окончательно эти уравнения принимают следующий вид [5]:

$$\dot{\omega} = a\omega + b\beta + s_1 u \quad (2)$$

$$\dot{\beta} = c\omega + d\beta + h\beta|\beta| + s_2 u \quad (3)$$

$$\begin{aligned}\dot{\psi} &= \omega, \\ \dot{x} &= \cos(\psi - \beta), \\ \dot{y} &= \sin(\psi - \beta),\end{aligned}$$

здесь точка означает дифференцирование по безразмерному времени, за единицу которого судно проходит путь, равный длине корпуса.

С позиций качественной теории и теории бифуркаций динамических систем для наших целей оказывается достаточным исследовать уравнения (2) и (3), то есть фазовые портреты в плоскости ω , β . Координаты особых точек ω , β являются корнями квадратного уравнения, получаемого после приравнивания нулю правых частей этих уравнений. Именно таким образом получают диаграмму управляемости.

В результате приходим к следующей математической задаче. Имеется нелинейная система с изменяющимся в процессе ее управляемого движения числом возможных стационарных режимов. При отсутствии управления ($u = 0$) наряду с неустойчивым стационарным решением (рабочий режим) существует еще пара устойчивых решений. С ростом сигнала управления при $|u| = u_{кр}$ происходит слияние неустойчивого решения с одним из устойчивых и последующее их исчезновение (рис. 2б). Таким образом, при $|u| > u_{кр}$ в системе остается единственное устойчивое решение и, казалось бы, проблема управления решается элементарно.

Оказывается, однако, что разумная идея получения высокой управляемости объекта за счет неустойчивости основного режима при сигналах управления $|u| < u_{кр}$ мстит за нарушение традиций и в случаях $|u| > u_{кр}$. Проявляет себя эффект бифуркационной памяти. Фазовые траектории пространства состояний «вспоминают» об опасной бифуркации, замедляя движение системы при прохождении участка, на котором умерла особая точка седло-узел.

На рис. 4 представлено изменение характера переходного процесса в зависимости от длительности движения в фазовом пятне. Чем ближе к центру пятна проходит фазовая траектории (рис. 4а), тем ближе соответствующий участок переходного процесса и дольше он преодолевается (рис. 4б).

Поэтому непосредственное и простое приложение результатов теории к проблеме управляемости судов заключается в целенаправленном просмотре фазовых портретов при отклонении руля, превышающем критическое значение, и построении фазовых пятен. Оказалось, что с увеличением угла перекладки руля размеры пятна не изменяются. Однако показатель заторможенности движения внутри него уменьшается. Поэтому самые общие рекомендации предотвращения пониженной управляемости состоят в том, чтобы при необходимости маневра в сложных условиях отклонение руля было бы не просто больше критического значения (как рекомендуют

учебники и справочники, по судовождению исходя из статической диаграммы управляемости), а превышало бы его в 2 – 4 раза.

Более сложной задачей является теоретическое прогнозирование конкретной аварийной ситуации, при которой система «забрасывается» в фазовое пятно, и при этом угловая скорость судна оказывается нежелательного направления. В этом случае, при правильном отклонении руля, судно на какое-то время будет вращаться в противоположную сторону. Если подобная ситуация возникает вне фазового пятна (траектория 4 на рис. 4а), то правильное управление быстро переведет систему в послушное состояние. Замедление реакции системы при ее попадании в область пятна (траектория из точки β_0) может привести к аварии.

Описанная ситуация возможна для БПС при внезапном исчезновении ветра. Дело в том, что учет ветрового воздействия добавляет в правые части уравнений (2), (3) слагаемые, зависящие от направления и скорости ветра. Стационарному прямолинейному движению судна при ветре соответствует состояние $\omega = \omega_0 = 0$, $\beta = \beta_0 \neq 0$. Поэтому при резком спаде ветра указанное состояние должно быть принято в качестве начальных условий переходного процесса (рис. 4а). Далее предполагается, что руль отклонен в нужную сторону на достаточно большой угол и исследуются соответствующие фазовые траектории. Для некоторых судов проявление начальной неуправляемости усугубляется тем, что забросу в потенциально аварийную область соответствуют быстрые движения, а выходу из нее – медленные.

Оказалось, что при некоторых начальных состояниях судна даже максимально возможная перекладка руля не спасает от начальной неуправляемости: угловая скорость, курсовой угол и отклонение траектории центра тяжести судна $y(t)$ от исходной прямолинейной траектории начнут изменяться в нужную сторону лишь по истечении некоторого времени (τ_ω , τ_ψ , τ_y соответственно). При рассматриваемом явлении переходный процесс имеет необычный вид. Управляемая координата в начальной стадии отклоняется в противоположную сторону.

С позиций безопасности судоходства подобные ситуации являются потенциально аварийными. Время начальной неуправляемости зависит от конструкции судна, величины начальных значений ω_0 , β_0 и отклонения руля. На рис. 4в приведены типичные переходные процессы, иллюстрирующие проявление начальной неуправляемости. Обратим внимание, что угол курса ψ начнет изменяться в нужную сторону лишь через 7,3 единицы времени. При длине корпуса 100 м пройденный судном путь составит 730 м. Больше 1 км судну нужно пройти, чтобы исчезло боковое смещение $y(t)$ в нежелательном направлении.

В следующем примере, относящемся к проблеме стабилизации неустойчивости, речь пойдет об удерживании неустойчивого судна на прямом курсе. Обычный подход к решению задачи такой. Информация о

характере отклонения судна от курса поступает от специальных датчиков и преобразуется в соответствии с определенным алгоритмом. В результате вырабатывается значение так называемой ошибки управления $z(t)$. Эта функция, а также характеристика привода рулевого устройства и определяют угол отклонения руля $u(z)$. Процедура проектирования подобных систем автоматического управления хорошо отработана.

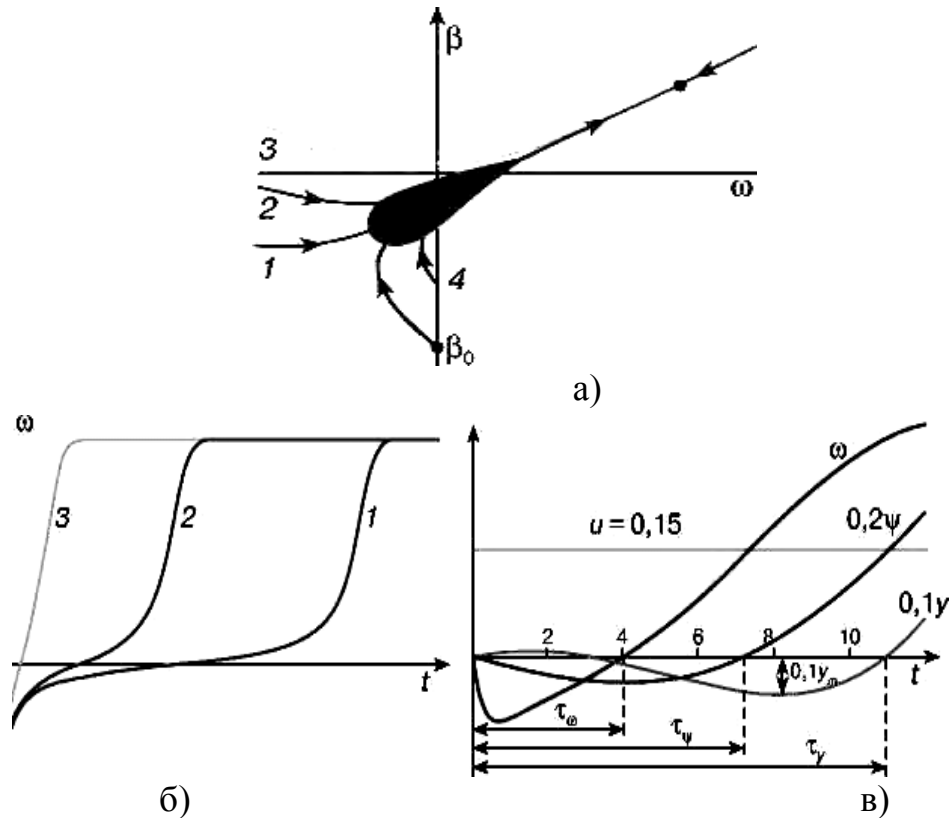


Рисунок 4 – Эффект фазового пятна: а) – область пятна при $u > u_{кр}$; б) – зависимость переходного процесса от степени близости фазовой траектории к центру пятна; в) – показатели начальной неуправляемости при $u = 0,25u_{max}$

Мы подойдем к решению задачи, опираясь на специфическую для судна бифуркационную картину. Случай потери устойчивости в симметричной системе сопровождается в силу симметрии рождением пары несимметричных устойчивых особых точек. В случае судна это левая и правая самопроизвольные циркуляции при неотклоненном руле. Естественно, что появляются две области притяжения устойчивых точек, разделенные некоторой границей S , которая совпадает с одной из сепаратрис седла (рис. 5а).

Область заторможенного движения (фазовое пятно) в окрестности седла находится совершенно аналогично случаю бифуркации седло-узел. Выбирается фазовая траектория, начинающаяся в малой окрестности седла M_2 и заканчивающаяся в узле M_3 (рис. 5а). Очевидно, что в конечной точке участка фазовой траектории M_2M_3 фазовая скорость $V_3 = 0$. Следовательно,

на этом участке должна быть точка (пусть M_b), фазовая скорость в которой V_b максимальна. Точка M_b расположена на границе пятна, а сама граница фазового пятна определяется как геометрическое место точек с такой же скоростью (рис. 5а).

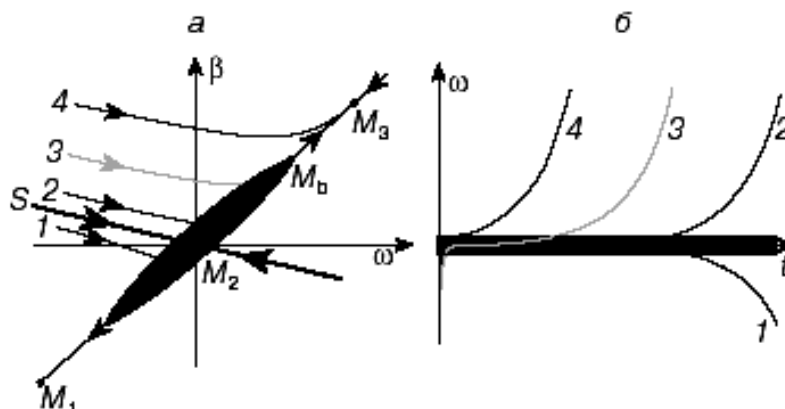


Рисунок 5 – Динамика фазовой траектории при $u = 0$ (а) и неуправляемого судна в окрестности неустойчивого состояния (б)

Зависимость характера переходного процесса неуправляемого судна ($u = 0$) от близости фазовой траектории к сепаратрисе изображена на рис. 5б. Сплошной линией выделена узкая полоса, соответствующая допустимому отклонению. Теперь мы можем сформулировать алгоритм эффективной стабилизации судна на курсе. Включать рулевое управление следует как обычно, когда характеризующие отклонение от курса координаты выходят за допустимые пределы. Убирать же руль в нейтральное положение нужно необычно, в момент, после которого состояние судна оказалось бы на сепаратрисе. Естественно, что при этом необходимо разработать алгоритм определения положения сепаратрисы. Описанный подход к созданию авторулевого позволит существенно понизить частоту переключений руля при улучшении показателей качества управления.

Выводы и предложения. Проведенный качественный анализ с использованием теории ветвления дифференциальных уравнений позволил исследовать процесс управления БПС при малых переключках руля. В данном режиме система ОДУ (2) и (3) не теряет свойств, присущих нелинейной системе дифференциальных уравнений (1). Это позволило выявить такие режимы управления, при которых система (1) становится не эволюционной, т.е. ведет себя непредсказуемо. Для предотвращения такого режима и во избежание аварийной ситуации рекомендуется при необходимости маневра в сложных условиях отклонение руля должно быть не просто больше критического значения (как рекомендуют учебники и справочники по судоводжению, исходя из статической диаграммы управляемости), а превышало бы его в 2 - 4 раза.

Получена методика расчета фазовых пятен, где происходит потеря управляемости, а также выработаны рекомендации по созданию нового авторулевого БПС.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гофман А. Д. Движительно-рулевой комплекс и маневрирование судна : Справочник / А. Д. Гофман. – Л. : Судостроение, 1988. – 360 с.
2. Мальцев А. С. Маневрирование судов при расхождении / А. С. Мальцев. – Одесса : Морской тренажерный центр, 2004. – 212 с.
3. Вайнберг М. М. Теория ветвления решений нелинейных уравнений / М. М. Вайнберг, В. А. Треногий. – М. : Наука, 1969. – 524 с.
4. Войткунский Я. И. Справочник по теории корабля : Судовые движители и управляемость / Я. И. Войткунский, Р. Я. Першиц, И. А. Титов. – Л. : Судостроение, 1973. – 511 с.
5. Неймарк Ю. И. Простые математические модели их роль в постижении мира / Ю. И. Неймарк // Соросовский Образовательный Журнал – 1997. – № 3. – С. 139-143.

Товстокорий О.М. ЯКІСНИЙ АНАЛІЗ ДИНАМІКИ УПРАВЛІННЯ РУХОМ ВЕЛИКОГО ВІТРИЛЬНОГО СУДНА

Для проведення якісного аналізу динаміки керування великого вітрильного судна (ВВС) при малих перекидах руля використано математичний апарат теорії розгалуження нелінійних диференціальних рівнянь. Отримано методику розрахунку фазових областей, де відбувається втрата керованості, а також вироблені рекомендації по створенню нового автоматичного рульового для ВВС.

Ключові слова: динаміка управління, велике вітрильне судно, теорія галуження, якісний аналіз, модель, еволюційна система, фазові плями, втрата керованості, критичний кут.

Tovstokoryi O.M. QUALITY ANALYSIS OF DYNAMICS OF STEERING A LARGE SAILING BOAT

Mathematical apparatus of the theory of branching non-linear differential equations is used for quality analysis of dynamics of steering a large sailing vessel (LSV) at small wheel reversals. The technique for calculating phase zone where loss of controllability occurs is obtained as well as guidelines on developing a new gyro pilot for LSV are worked out.

Keywords: dynamics of steering, large tall boat, theory of branching, quality analysis, model, evolution system, phase spots, loss of course-keeping qualities, critical angle.